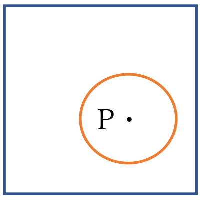
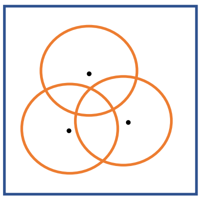
静学からの挑戦状　Vol.1　　解答編

　皆さん、いかがでしたか？実際に紙を切って動かせばなんとなくわかりますが、ここでは図を自分で書いて動かしてみるという流れを大切にしたいと思います。大学入試などで、方針を決めるまでいろいろ図を書いたり場合分けしたり、試行錯誤(しこうさくご)する長い時間があり、決めたら一気に解答するということはよくあります。要は、答えだけを覚えてもしかたないです！
ぜひ考え方をよく見てください。

(1)　例えばますの真ん中付近に円板を置いてみましょう

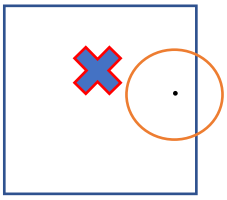


少しくらい動かしても大丈夫そうです。

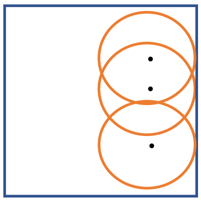


でも、図(ア)のように円が正方形の外にはみ出すことはできませんね。

(ア)

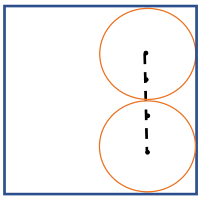


(イ)



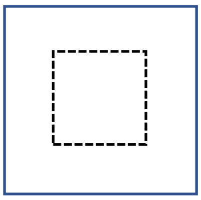
わくに当たるように一番外側においてすべらせると、(イ)のように中心 P も正方形の辺と平行に動きます。(ウ)のように一番上と一番下を考えると、中心 P の動いたあとは半径の 1cm だけ枠から離れた図の点線部分になり、残りの 3 つの辺も 90 度ずつ回転すれば同じ形になるので、(ウ)を繰り返せば一番外側の線は一辺 2cm の正方形になります(エ)。

(ウ)

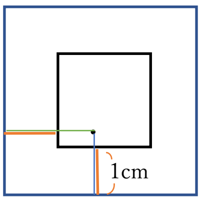


次に正方形の内側について考えます。図(オ)のように内側のどの点についても、ますの壁までのきょりは 1cm より遠いので中心にすることができます。したがって(1)の範囲は図の正方形の辺と内側の部分になります(答)。

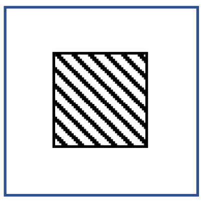
(エ)



(オ)



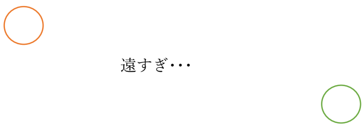
(答)



今回の円は、中心 P からのきょりが 1cm 以下の点をすべて集めたものです。
つまり、P からのきょりが 1cm より近いところにはほかの円やますは存在できません。
まとめると、「中心 P が通過できる」とは、すなわち、「P からのきょりが 1cm より近いところにはほかのものがない」と言い換えることができます。

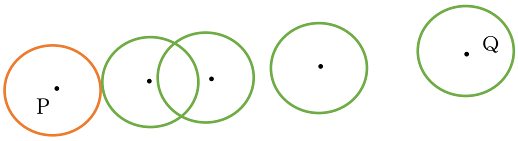
(2)　まず、ますは考えないで 2 枚の円板について見てみましょう。中心が P である円を円 P と呼び、中心が Q である円を円 Q と呼ぶことにします。円 P を置いたとき、円 Q はどう置いたらよいのでしょうか。

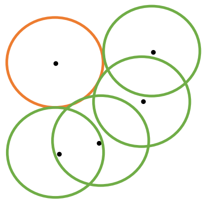
いくらでも遠く離れたところに置けることはすぐにわかりますね。



では、どんどん近づけると最後はぴたっとくっつきます。

これ以上は近づけません。周りを回転するイメージです。





中心のきょりに注目すると、離れているときは P と Q のきょりは 2cm より大きいです。

ピタッとくっついているときは二つの中心の距離はちょうど 2cm になります。

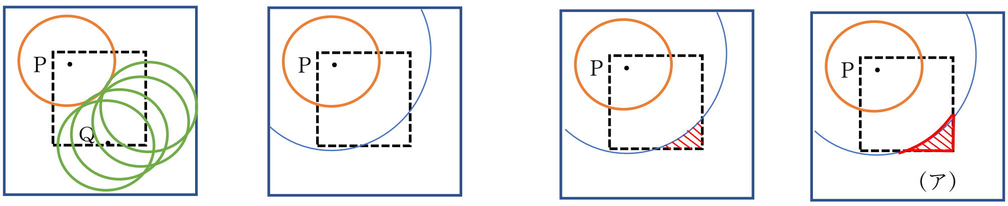
以上のことから、円 P が置いてあるとき、もう一つの円 Q が重ならずに置けるには、中心 Q が中心 P から 2cm 以上はなれていればよいことがわかります。・・・(＊)

さて、円 P をますの中に置いたとき、円 Q もますの中に置けるために中心 Q はどこにあればよいのでしょうか。中心 P の存在場所は(1)の範囲です。このとき、円 Q はますの中にあって円 P と重ならなければよいのですから、(1)の中で上の(＊)に合うように中心 Q を決めればよいことになります。試しに一つ円 P を書いて考えてみましょう。

例えば円 P を
ここに置いてみます

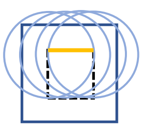
P 中心に半径 2 の円を描いて
その円の外側で(1)の正方形内に斜線を引きます

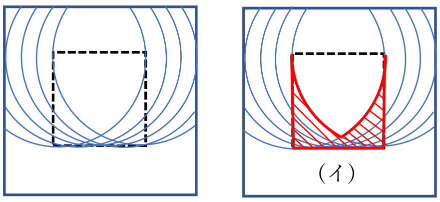
境界線も答に含まれます



この図でわかることは、半径 2 の円がどう動くかわかればあとはこの円の外側で(1)の正方形内の部分を塗ればよいということです。上の図において P を中心とする半径 2 の円が大きく下に移動すると答がなくなってしまいます。逆に一番上となる (1)の正方形の上の辺にそって中心 P を動かしてみると図のように左右対称な範囲(イ)になることがわかります。円 P が少しだけ下がっても上の図(ア)のように範囲(イ)の一部に含まれています。したがって(イ)を 90 度回転しながら(1)同様に繰り返せば(答)の範囲が求められます。

円 P が一番上に来るように
中心 P を黄線に沿って動かす





(答)